Roll No. .... Total Printed Pages - 6

F - 3244

B.A. (Part - II) Examination, 2022

(Old / New Course)

MATHEMATICS

Paper Second

(Differential Equations)

Time : Three Hours] *[Maximum Marks:50*

नोटः सभी प्रश्न अनिवार्य है। प्रत्येक प्रश्न से कोई दो भाग हल कीजिये। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Note: All questions are compulsory. Attempt any two parts of each question. All questions carry equal marks.

इकाई - 1/Unit - 1

1. (A) रैखिक अवकल समीकरण $4xy''+2y'+y=0$ का श्रेणी हल ज्ञात कीजिए।

Find out the series solution of the Linear differential Equation. $4xy''+2y'+y=0$

(B) सिद्ध कीजिए किः $2\,\mathrm{J}n'(x)=\mathrm{J}_{n-1}(x)-\mathrm{J}_{n+1}(x)$

Prove that - $2\,\mathrm{J}n'(x)=\mathrm{J}_{n-1}(x)-\mathrm{J}_{n+1}(x)$

(C) स्टर्म - ल्यूविल समस्या $\frac{d^2y}{dx^2}+\lambda y=0$,

$y(0)=0,\ y(\pi)=0$ के आइगेन मानों और आइगेन फलनों को ज्ञात कीजिए।

Find the eigen values and eigen functions of the sturm - Liouville problem.

$$\frac{d^2y}{dx^2}+\lambda y=0,\quad y(0)=0,\ y(\pi)=0$$

इकाई - 2/Unit - 2

2. (A) L {F(t)} ज्ञात कीजिए, जब

$$F(t)=\begin{cases}0, & \text{यदि } 0<t<1\\ t, & \text{यदि } 1<t<2\\ 0, & \text{यदि } t>2\end{cases}$$

Find out L {F(t)}, where $F(t)=\begin{cases}0, & if \quad 0<t<1\\ t, & if \quad 1<t<2\\ 0, & if \quad t>2\end{cases}$

(B) संवलन प्रमेय का उपयोग करके ज्ञात कीजिएः

$$L^{-1}\left\{\frac{P}{(p^2+q^2)^2}\right\}$$

Using convolution theorem, find. $L^{-1}\left\{\frac{P}{(p^2+q^2)^2}\right\}$

(C) लाप्लास रूपान्तर विधि का प्रयोग करके समीकरण

$\frac{d^2y}{dt^2}+4\frac{dy}{dt}+5y=(\cos t-\sin t)\overline{e}^{2t}$ को प्रतिबन्धों

$y(0)=1,\ y'(0)=-3$ के अधीन हल कीजिए।

Using the method of Laplace transform, solve the

equation. $\frac{d^2y}{dt^2}+4\frac{dy}{dt}+5y=(\cos t-\sin t)\overline{e}^{2t}$

Subject to the conditions. $y(0)=1,\ y'(0)=-3$

इकाई - 3/Unit - 3

3. (A) हल कीजिए :

$$x(y^2+z)p-y(x^2+z)q=z(x^2-y^2)$$

Solve: $x(y^2+z)p-y(x^2+z)q=z(x^2-y^2)$

(B) पूर्ण हल ज्ञात कीजिएः $pq=xy$

Find the complete Integral: $pq=xy$

(C) चारपिट विधि से हल कीजिएः $(p^2+q^2)y=qz$

Solve by charpit's Method : $(p^2+q^2)y=qz$

इकाई - 4/Unit - 4

4. (A) समीकरण $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}+2\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}+\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=0$

या $r+2s+t=0$ का वर्गीकरण और विहित रूप में समानयन कीजिए और अतः इसे हल कीजिए।

Classify and reduce to canonical form to the equation $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}+2\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}+\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=0$ or $r+2s+t=0$ and hence solve it.

(B) हल कीजिये: $(r+s-6t)=y\cos x$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}-6\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=y\cos x$$

Solve: $(r+s-6t)=y\cos x$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}-6\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=y\cos x$$

(C) मोन्जे विधि से हल कीजिए। $pt-qs=q^3$

Solve by Monge's method: $pt-qs=q^3$

इकाई - 5/Unit - 5

5. (A) फलनक $I\left[y(x)\right]=\int_0^{\pi/2}\left(y'^2-y^2\right)dx$

$y(0)=0, y(\pi/2)=1$ का चरम मान (उच्चिष्ठ) परीक्षण कीजिए।

Test for extremum (Maximum) of the functional,

$$I\left[y(x)\right]=\int_0^{\pi/2}\left(y'^2-y^2\right)dx,\ \ y(0)=0, y(\pi/2)=1$$

(B) परवलय $y=x^2$ और सरल रेखा $x-y=5$ के बीच

की लघुत्तम दूरी ज्ञात कीजिए।

Find the shortest distance between parabola $y=x^2$ and the straight line $x-y=5$.

(C) फलनक $I[y(x)]=\int_0^{\log 2}(e^{-x}y'^2-e^x y^2)dx$ के चरम ज्ञात करने की समस्या में निर्देशांक रूपान्तरण के अंतर्गत आयलर प्रमेय की निक्षरता का सत्यापन कीजिए।

Verify invariance of Euler's equation under co-ordirates transformation in the problem of finding the extremals of the functional.

$$I[y(x)]=\int_0^{\log 2}(e^{-x}y'^2-e^x y^2)dx$$